

Classe de Première Mathématiques

Devoir n°6

Ce devoir est un devoir classique il comporte 3 exercices :

1. Un exercice de question de Cours (Les définitions valent 1 point, les preuves en valent 2). Les questions de Cours valent au total 5 points.
2. Un exercice de 5 calculs (tous valant 1 point)
3. Un Problème de Mathématiques mélangeant toutes les mathématiques que vous avez déjà vues jusqu'à maintenant (Cours de Collège et de Seconde inclus).

■ Exercice 6.1.

1. Montrer le théorème de Pythagore.
2. Donner la définition du suite arithmétique et d'une suite géométrique.
3. Soit A,B deux points distincts et M un point distinct de A et B. Montrer que M appartient au cercle de diamètre [A,B] si et seulement si ABM est rectangle en M.

■ Exercice 6.2.

1. Développer $A = (x + 2)(2x + 3)(3x + 4)$
2. Mettre sous le même dénominateur : $B = 1 + 2\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$
3. Mettre sous le même dénominateur : $C = 3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{2x+3}$
4. Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{1-3x}{1-x} \geq 2$
5. Donner les variations de $f : x \mapsto 3x \times \sqrt{2x+7}$

■ Exercice 6.3.

On considère un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et un point $A : \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Pour tout $a \in \mathbb{R}$ on considère le point $B : \begin{pmatrix} 2 \\ 3+a \end{pmatrix}$. On considère l'objet géométrique C d'équation cartésienne $x^2 + y^2 = 4$.

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de C.
2. Calculer l'équation cartésienne en fonction de a de la droite (AB).
3. Pour quel a il y a :
 - pas d'intersection entre C et (AB)
 - une seule intersection entre C et (AB)
 - deux intersections entre C et (AB)

Classe de Première

Mathématiques

Devoir n°7

Ce devoir est un devoir classique il comporte 3 exercices :

1. Un exercice de question de Cours (Les définitions valent 1 point, les preuves en valent 2). Les questions de Cours valent au total 5 points.
2. Un exercice de 5 calculs (tous valant 1 point)
3. Un Problème de Mathématiques mélangeant toutes les mathématiques que vous avez déjà vues jusqu'à maintenant (Cours de Collège et de Seconde inclus).

■ Exercice 7.1.

1. Énoncer le théorème d'Al-Kashi.
2. Soit A, B, C 3 points avec A, B distincts. Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). Montrer que

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}.$$

3. Donner les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\theta)$ avec $\theta \in \mathbb{R}$
4. Donner la définition d'une partition d'un Univers de Probabilité.

■ Exercice 7.2.

1. Développer $A = (x + 3)^3 - 4(2x + 3)(-7x - 8)$
2. Mettre sous le même dénominateur : $B = \sqrt{8x - 4} + \frac{8x}{2\sqrt{8x - 4}}$
3. Résoudre l'inéquation suivante : $3x + 2 \leq -5x^2 + 1$
4. Résoudre l'inéquation suivante : $1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \geq 0$
5. Donner les variations de $f : x \mapsto (2x - 4)^2$

■ Exercice 7.3.

On considère un triangle ABC rectangle isocèle en B tel que $BA = 1$. On construit extérieurement au triangle ABC un point D tel que le triangle BCD soit isocèle en C. On admet que les points A, C et D sont alignés. On se place dans le repère orthonormé $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

1. (a) Calculer la longueur du segment [AC]. En déduire la longueur AD.
(b) Montrer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AC}$ et déterminer sa valeur.
(c) En déduire les coordonnées de D.

2. (a) Déterminer la mesure exacte de l'angle $\widehat{BCD}$ puis des angles $\widehat{CDB}$ et $\widehat{DBC}$.
- (b) i. Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$ avec les coordonnées
ii. Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$ en fonction de $\cos(\widehat{CDB})$
iii. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$